EUCLIDES

MAANDBLAD
VOOR DE DIDACTIEK VAN DE EXACTE VAKKEN

ORGAAN VAN
DE VERENIGINGEN WIMECOS EN LIWENAGEL

MET VASTE MEDEWERKING VAN VELE WISKUNDIGEN IN BINNEN- EN BUITENLAND

34e JAARGANG 1958/59
III - 1 NOVEMBER 1958

INHOUD

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN

Het tijdschrift **Euclides** verschijnt in tien afleveringen per jaar. Prijs per jaargang *f* 8,00; voor hen die tevens geabonneerd zijn op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde is de prijs *f* 6,75.

De leden van *Wimecos* krijgen *Euclides* toegezonden als officieel orgaan van hun vereniging; het abonnementsgeld is begrepen in de contributie (*f* 8,00 per jaar, aan het begin van het verenigingsjaar (1 september t.e.m. 31 augustus) te storten op postrekening 143917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam).

De leden van *Liwenagel* krijgen *Euclides* toegezonden voor zover ze de wens daartoe te kennen geven en *f* 5,00 per jaar storten op postrekening 87185 van de Penningmeester van Liwenagel te Amersfoort.

Indien geen opzegging heeft plaats gehad en bij het aangaan van het abonnement niets naders is bepaald omtrent de termijn, wordt aangenomen, dat men het abonnement continueert.

Boeken ter bespreking en aankondiging aan Dr. W. A. M. Burgers te Wassenaar.

Artikelen ter opname aan Dr. Joh. H. Wansink te Arnhem.

Opgaven voor de „kalender" in het volgend nummer binnen drie dagen na het verschijnen van dit nummer in te zenden aan H. W. Lenstra te Groningen.

Aan de schrijvers van artikelen worden gratis 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt; voor meer afdrukken overlegge men met de uitgever.

HET NIEUWE WISKUNDEPROGRAMMA

door

H. W. LENSTRA

Op 19 september 1958 is uitgegeven Staatsblad nr. 431, bevattende het Koninklijk besluit van 30 augustus 1958 tot wijziging van de algemene leerplannen voor de gymnasia en de hogereburgerscholen A en B. Dit betekent het invoeren van een nieuw leerplan voor de wiskunde. Het staatsblad is in dit nummer van Euclides in zijn geheel afgedrukt.

Het is niet mijn bedoeling, uitvoerig in te gaan op de geschiedenis van het tot stand komen van dit nieuwe leerplan; de lezers zijn hiervan op de hoogte. Maar ik wil ook niet het zakelijk en zonder meer laten afdrukken, alsof de redactie zich niet er van bewust zou zijn, dat hiermee een mijlpaal in de historie van ons Nederlandse wiskundeonderwijs is bereikt. Zij, die zich hebben ingespannen voor de samenstelling van het nieuwe programma, zullen met voldoening constateren, dat hun ideeën in hoofdzaak zijn overgenomen. Over het tempo, waarmee de officiële instanties in dit geval hun medewerking verleenden, kan alleen met veel lof worden gesproken. Een hartelijke gelukwens met het resultaat van hun arbeid is hier dus zeker op zijn plaats.

Het is naar mijn mening van zeer grote betekenis, dat een en ander bereikt is in een sfeer van eensgezindheid onder vrijwel alle wiskunde-leraren. Misschien en zelfs waarschijnlijk is niemand het tot in alle détails eens met het resultaat, dat ten slotte uit de bus komt, maar dat is ook vrijwel onmogelijk. De besprekingen zijn gevoerd, zoals het behoort: met een open oog voor de argumenten van de ander en met de bereidheid het eigen standpunt te herzien. Nu is m.i. de uitwerking tot in alle kleinigheden van het programma ook niet zo belangrijk; belangrijk is de algemene geest, die er uit blijkt. En als ik probeer, die algemene geest, zoals ik die zie, onder woorden te brengen, dan geloof ik deze het best te kunnen karakteriseren als een streven, onze leerlingen werkelijk zelfstandig wiskundig te leren denken en dit te beschouwen als belangrijker dan het leren reproduceren van bepaalde aangeleerde cliché-methoden en model-oplossingen. De „250 opgaven", die de ontwerpers van het leerplan als toelichting op hun bedoelingen hebben laten verschijnen, wijzen naar mijn mening ook duidelijk in deze richting.

Het omschakelen op het nieuwe leerplan en de uitvoering er van zullen ons zonder twijfel voor vele problemen stellen en het zal ons op de vergaderingen van Wimecos en van Liwenagel de eerste tijd dan ook wel niet aan discussiestof ontbreken. In samenwerking met de inspectie zal het dan vast gelukken, voor de vele vraagpunten een bevredigend antwoord en voor de vele moeilijkheden een bevredigende oplossing te vinden.

Op één kwestie wil ik in dit verband graag nog de aandacht vestigen: het eindexamen. Dit zal deze keer natuurlijk op tijd dienen te worden aangepast aan de nieuwe stand van zaken, zodat we bevrijd worden van de merkwaardige toestand van de laatste 20 jaar van een leerplan en een eindexamenprogramma, die elkaar niet dekken. Maar dan is — met ingang van het examenjaar 1961 — naar mijn mening de verantwoordelijkheid van de stellers van de eindexamenopgaven groot. Van de wijze, waarop zij hun bijzonder moeilijke taak zullen uitvoeren, van de mate, waarin zij er in zullen slagen, het boven omschreven algemene streven van het nieuwe leerplan ook in de eindexamens tot uiting te laten komen, hangt naar mijn mening het welslagen voor het grootste deel af.

Met deze opmerkingen wil ik de publicatie van ons nieuwe leerplan in Euclides inleiden. Moge het in het belang blijken van de doeltreffendheid van het onderwijs aan onze Nederlandse middelbare scholen en gymnasia.

HET STAATSBLAD 1958, 431.

B E S L U I T *van 30 augustus 1958 tot wijziging van de algemene leerplannen voor de openbare gymnasia en de openbare hogereburgerscholen A en B, vastgesteld onderscheidenlijk bij Koninklijk besluit van 7 juni 1919,* Stb. *313, en 28 mei 1954,* Stb. *244.*

WIJ JULIANA, BIJ DE GRATIE GODS, KONINGIN DER NEDERLANDEN, PRINSES VAN ORANJE-NASSAU, ENZ., ENZ., ENZ.

Op de voordracht van Onze minister van onderwijs, kunsten en wetenschappen van 30 juli 1958, nr. 76904 I, afdeling Voorbereidend Hoger en Middelbaar Onderwijs;

Overwegende, dat verandering van inzicht inzake het onderwijs in de wiskunde aan gymnasia en hogereburgerscholen het wenselijk maakt de omschrijving van de leerstof voor dat vak aan die scholen volgens de algemene leerplannen, bedoeld in artikel 7 van de hoger-

onderwijswet [1]) en artikel 20, eerste lid, van de middelbaar-onderwijswet [2]), te herzien;

De Raad van State gehoord (advies van 12 augustus 1958, nr. 44);

Gezien het nader rapport van Onze minister van onderwijs, kunsten en wetenschappen a.i., van 21 augustus 1958, nr. 85590, afdeling Voorbereidend Hoger en Middelbaar Onderwijs;

Hebben goedgevonden en verstaan:

Artikel 1. Het bepaalde in artikel 4 onder *i* van het Koninklijk besluit van 7 juni 1919, *Stb.* 313 [3]), tot vaststelling van een leerplan voor de openbare gymnasia wordt gelezen:

i. voor de wiskunde

in de eerste tot en met de vierde klasse voor de *algebra:*

het voorstellen van getallen door letters; de hoofdbewerkingen in het rationale getallensysteem; de merkwaardige produkten $(a + b)(a - b)$ en $(a \pm b)^2$; de ontbinding in factoren van $ap + bp$, $a^2 - b^2$, $a^2 \pm 2ab + b^2$ an $a^2 + pa + q$; bewerkingen met gebroken vormen;

lineaire vergelijkingen met één onbekende; de begrippen vals en identiek; evenredigheden;

praktische oefeningen in het rekenen; hoofdrekenen;

vergelijkingen, op te lossen door ontbinding in factoren; gebroken vergelijkingen; stelsels van lineaire vergelijkingen met meer dan één onbekende; afhankelijkheid en strijdigheid van twee lineaire vergelijkingen met twee onbekenden;

worteltrekken; de hoofdbewerkingen in het reële getallensysteem;

het functiebegrip; grafische voorstellingen; lineaire functies, lineaire ongelijkheden; de begrippen recht en omgekeerd evenredig;

de begrippen benadering, absolute en relatieve fout;

gebroken en negatieve exponenten; logaritmen; gebruik van tafels in vier decimalen;

vierkantsvergelijkingen (formule voor de wortels, discriminant, som en produkt van de wortels); stelsels van twee vergelijkingen met twee onbekenden, waarvan één lineair en één kwadratisch is;

kwadratische functies en ongelijkheden;

rekenkundige en meetkundige reeksen; convergente meetkundige reeksen;

[1]) *Stb.* 1876, 102, laatstelijk gewijzigd bij de wet van 28 juli 1958 (*Stb.* 385).
[2]) *Stb.* 1863, 50, laatstelijk gewijzigd bij de wet van 28 juli 1958 (*Stb.* 382).
[3]) Laatstelijk gewijzigd bij Koninklijk besluit van 31 maart 1948 (*Stb.* I 120).

in de eerste tot en met de vierde klasse voor de *meetkunde:*

inleiding; evenwijdigheid van lijnen; eigenschappen van driehoeken; congruentie; eigenschappen van parallelogrammen en trapezia;

constructies;

omkeren van stellingen; indirecte bewijzen;

meetkundige plaatsen;

evenredigheid van lijnstukken; vermenigvuldiging van figuren; gelijkvormigheid;

de stelling van Pythagoras;

sinus, cosinus en tangens van hoeken tussen 0° en 180°; sinus- en cosinusregel; eenvoudige berekeningen in rechthoekige en scheefhoekige driehoeken; ook met behulp van tafels voor goniometrische verhoudingen;

oppervlakken;

de cirkel, vermenigvuldiging van cirkels; verband tussen hoeken en bogen; de om- en de ingeschreven cirkel van een driehoek; de formules

$$R = \frac{a}{2 \sin \alpha} \text{ en } r = \frac{O}{s};$$

koordenvierhoek; regelmatige veelhoeken, definitie; existentie van de om- en de ingeschreven cirkel;

omtrek en oppervlak van de cirkel;

enkele voorbeelden van het berekenen, met behulp van tafels, van de onbekende elementen in een driehoek, vooral aan de hand van toepassingen in de praktijk.

in de vijfde en de zesde klasse voor de A-leerlingen:

a. algebra: herhaling van de kwadratische functies en van de vierkantsvergelijkingen;

b. twee van de volgende onderwerpen:

1. *a.* herhaling van de planimetrie, en

   b. stereometrie: ligging van punten, rechten en vlakken; hoeken; eenvoudige meetkundige plaatsen en constructies; bol; viervlak en kubus;

2. herhaling van de logaritmen en van de rekenkundige en meetkundige reeksen met eindig aantal termen; het getalbegrip;

3. de beginselen van de differentiaalrekening:
   limietbegrip; begrip differentiaalquotiënt;
   het differentiëren van rationale functies; eenvoudige toepassingen daarvan;

4. hoofdstukken uit de geschiedenis van de wiskunde;
5. de beginselen van de statistiek;

in de vijfde en de zesde klasse voor de B-leerlingen:

algebra:

de functies $\frac{ax + b}{x + c}$, $\sqrt{x}$, a^x, ${}^a\log x$ en hun grafieken;

de beginselen van de differentiaal- en integraalrekening; extreme waarden; oppervlak- en inhoudsberekeningen; aandacht dient te worden besteed aan de toepassingsmogelijkheden in de natuurkunde (snelheid, versnelling, arbeid, potentiaal, energie);

goniometrie:

de goniometrische functies, ook voor andere dan scherpe, rechte en stompe hoeken; de formules voor $\sin(\alpha \pm \beta)$, $\cos(\alpha \pm \beta)$, $\mathrm{tg}(\alpha \pm \beta)$, $\sin\alpha \pm \sin\beta$ en $\cos\alpha \pm \cos\beta$; de vergelijking $a \sin x + b \cos x = c$;
het begrip radiaal;
grafieken voor de functies $\sin ax$, $\cos ax$, $\mathrm{tg}\, ax$, $a \sin x + b \cos x$;

analytische meetkunde:

cartesische coördinaten; vergelijking van rechte lijn, cirkel, ellips, parabool en hyperbool; bepaling van de snijpunten van rechten en krommen; raaklijnen aan de genoemde krommen; meetkundige plaatsen;

stereometrie:

de deductieve denkwijze, axioma's en grondbegrippen;
onderlinge ligging van punten, lijnen en vlakken;
prisma's, piramide, cilinder, kegel en bol;
eenvoudige meetkundige plaatsen;
afbeelding van prisma's en piramiden op een plat vlak door middel van parallelprojectie; het construeren in deze figuren van punten, lijnen en vlakken, die aan bepaalde voorwaarden voldoen, en het construeren in ware grootte van lijnstukken en hoeken, die in geconstrueerde afbeeldingen voorkomen;
berekening van oppervlak en inhoud van de hierboven genoemde lichamen;
het begrip regelmatig veelvlak;

Artikel 2. Het bepaalde in artikel 4 onder 10 van het algemene leerplan voor de openbare hogereburgerscholen A en B, behorende bij het Koninklijk besluit van 28 mei 1954, *Stb.* 244, wordt gelezen:

10. *Voor de wiskunde:*

Algebra.

Klasse I.

Het voorstellen van getallen door letters; de hoofdbewerkingen in het rationale getallensysteem. De merkwaardige produkten $(a + b)(a - b)$ en $(a \pm b)^2$. De ontbinding in factoren van $ap + bp$, $a^2 - b^2$, $a^2 \pm 2ab + b^2$ en $a^2 + pa + q$. Bewerkingen met gebroken vormen.

Lineaire vergelijkingen met één onbekende; de begrippen vals en identiek. Evenredigheden.

Praktische oefeningen in het rekenen. Hoofdrekenen.

Klasse II.

Vergelijkingen, op te lossen door ontbinding in factoren; gebroken vergelijkingen. Stelsels van lineaire vergelijkingen met meer dan één onbekende; afhankelijkheid en strijdigheid van twee lineaire vergelijkingen met twee onbekenden.

Worteltrekken; de hoofdbewerkingen in het reële getallensysteem.

Het functiebegrip, grafische voorstellingen; lineaire functies, lineaire ongelijkheden. De begrippen recht en omgekeerd evenredig.

De begrippen benadering, absolute en relatieve fout.

Klasse III.

Gebroken en negatieve exponenten. Logaritmen; gebruik van tafels in vier decimalen.

Vierkantsvergelijkingen (formule voor de wortels, discriminant, som en produkt van de wortels). Stelsels van twee vergelijkingen met twee onbekenden, waarvan één lineair en één kwadratisch is.

Kwadratische functies en ongelijkheden.

Rekenkundige en meetkundige reeksen; convergente meetkundige reeksen.

Meetkunde.

Klasse I.

Inleiding; evenwijdigheid van lijnen; eigenschappen van driehoeken; congruentie; eigenschappen van parallelogrammen en trapezia.

Constructies.

Klasse II.

Omkeren van stellingen. Indirecte bewijzen.

Meetkundige plaatsen.

Evenredigheid van lijnstukken. Vermenigvuldiging van figuren. Gelijkvormigheid.

De stelling van Pythagoras.

Sinus, cosinus en tangens van hoeken tussen 0° en 180°. Sinus- en cosinusregel; eenvoudige berekeningen in rechthoekige en scheefhoekige driehoeken, ook met behulp van tafels voor goniometrische verhoudingen.

Oppervlakken.

Klasse III.

De cirkel; vermenigvuldiging van cirkels; verband tussen hoeken en bogen. De om- en de ingeschreven cirkel van een driehoek; de formules

$$R = \frac{a}{2 \sin \alpha} \text{ en } r = \frac{O}{s};$$

Koordenvierhoek. Regelmatige veelhoeken; definitie; existentie van de om- en de ingeschreven cirkel.

Omtrek en oppervlak van de cirkel.

Enkele voorbeelden van het berekenen, met behulp van tafels, van de onbekende elementen in een driehoek, vooral aan de hand van toepassingen in de praktijk.

Voor de hogereburgerschool B:

Klassen IV en V.

Algebra.

de functies $\frac{ax+b}{x+c}$, $\sqrt{x}$, a^x, ${}^a\log x$ en hun grafieken.

De beginselen van de differentiaal- en integraalrekening; extreme waarden; oppervlak- en inhoudsberekeningen.

Aandacht dient te worden besteed aan de toepassingsmogelijkheden in de natuurkunde (snelheid, versnelling, arbeid, potentiaal, energie).

Goniometrie.

De goniometrische functies, ook voor andere dan scherpe, rechte en stompe hoeken. De formules voor $\sin(\alpha \pm \beta)$, $\cos(\alpha \pm \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)$, $\sin\alpha \pm \sin\beta$ en $\cos\alpha \pm \cos\beta$. De vergelijking $a \sin x + b \cos x = c$.

Grafieken voor de functies $\sin ax$, $\cos ax$, $\operatorname{tg} ax$, $a \sin x + b \cos x$.

Analytische meetkunde.

Cartesische coördinaten: vergelijking van rechte lijn, cirkel, ellips, parabool en hyperbool. Bepaling van de snijpunten van rechten en

krommen. Raaklijnen aan de genoemde krommen. Meetkundige plaatsen.

Stereometrie.

De deductieve denkwijze, axioma's en grondbegrippen.

Onderlinge ligging van punten, lijnen en vlakken.

Prisma, piramide, cilinder, kegel en bol.

Eenvoudige meetkundige plaatsen.

Afbeelding van prisma's en piramiden op een plat vlak door middel van parallelprojectie; het construeren in deze figuren van punten, lijnen en vlakken, die aan bepaalde voorwaarden voldoen, en het construeren in ware grootte van lijnstukken en hoeken, die in geconstrueerde afbeeldingen voorkomen.

Berekening van oppervlak en inhoud van de hierboven genoemde lichamen.

Het begrip regelmatig veelvlak.

Artikel 3. Dit besluit treedt in werking:

a. voor de eerste tot en met de vierde klasse van het gymnasium en de klassen I tot en met III van de hogereburgerschool met ingang van 1 september 1958;

b. voor de vijfde klasse van het gymnasium en klasse IV van de hogereburgerschool B met ingang van 1 september 1959;

c. voor de zesde klasse van het gymnasium en klasse V van de hogereburgerschool B met ingang van 1 september 1960.

Onze minister van onderwijs, kunsten en wetenschappen is belast met de uitvoering van dit besluit, dat in het *Staatsblad* zal worden geplaatst en waarvan afschrift zal worden gezonden aan de Raad van State.

Soestdijk, 30 augustus 1958.

JULIANA.

De Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen,

J. CALS.

Uitgegeven de *negentiende* september 1958.

De Minister van Justitie,

SAMKALDEN.

EEN TAFEL VAN GONIOMETRISCHE FUNCTIES, WAARVAN HET ARGUMENT IN RADIALEN UITGEDRUKT IS

door

Dr. P. G. J. VREDENDUIN

Het nieuwe wiskunde-programma schrijft voor: behandeling van de goniometrische functies en ook van de differentiaalrekening. Dit brengt met zich mee, dat vraagstukken zullen gaan voorkomen, waarin gevraagd wordt de grafiek van een goniometrische functie te tekenen en daarbij gebruik te maken van differentiaalrekening om de extreme waarden te berekenen. Men is dan wel gedwongen het argument van de functie in radialen uit te drukken. Het ligt voor de hand, dat men dan ook bij het ontwerpen van de grafiek als x-coördinaat het argument van de functie in radialen zal kiezen. Dan moeten dus ook de nulwaarden van de functie in radialen uitgedrukt worden en hiervoor zijn de normale schooltafels niet bruikbaar. Een tafel van de goniometrische functies, waarvan het argument in radialen uitgedrukt is, wordt dus een onmisbaar hulpmiddel voor ons onderwijs.

Zelf heb ik het plan een dergelijke tafel aan de herdruk van mijn gonioboek toe te voegen. Daar ik vermoed, dat andere auteurs iets soortgelijks willen doen of dat samenstellers van logaritmentafels hun uitgaven hiermee willen uitbreiden, leek het mij en ook het bestuur van Wimecos gewenst de tafel in Euclides te publiceren. Overdrukken zullen voor schoolgebruik beschikbaar gesteld worden.

Bij het opstellen van de tafel heb ik tussen twee mogelijkheden geaarzeld. Men kan het argument in duizendste radialen nauwkeurig geven, maar ook in duizendste delen van π radialen. Hoewel de tweede methode een minder nauwkeurige uitkomst geeft bij het terugzoeken, meen ik toch, dat er zoveel voordelen aan verbonden zijn, dat ik er de voorkeur aan heb gegeven. Deze voordelen zijn:

a. geeft men het argument in duizendste radialen, dan moet men aparte tafels voor de sinus en de cosinus en aparte tafels voor de tangens en de cotangens maken, omdat $\frac{1}{2}\pi$ een irrationaal getal is,

b. moet men oplossen een vergelijking van het type $\sin x = a$, dan zou men b.v. vinden $x = 0{,}278 + 2k\pi$, $x = \pi - 0{,}278 + 2k\pi$;

dit is weinig elegant, want $\pi - 0{,}278$ is het verschil van een exact gegeven irrationaal getal en een rationale benadering,

c. bij het tekenen van de grafiek zet men op de X-as allereerst de punten $\frac{1}{2}\pi$, π, $\frac{3}{2}\pi$, 2π; als men het argument van de nulwaarden nu in duizendste delen van π kent, is het gemakkelijker de corresponderende punten op de X-as te tekenen.

Mocht iemand er de voorkeur aan geven een tafel samen te stellen met argumenten, die in duizendste radialen opklimmen, dan zou hij gebruik kunnen maken van F. Lösch, Siebenstellige Tafeln der elementaren transzendenten Funktionen, Springer Verlag, 1954.

Bij het samenstellen van de tafels heb ik gebruik gemaakt van bovengenoemde tafel voor het vinden van de waarden van de sinus en de cosinus. Om de waarden van de tangens te vinden heb ik geraadpleegd de Tables à 8 décimales des valeurs naturelles des sinus, cosinus en tangentes dans le système décimal, Publication spéciale no. 1, Association de géodésie de l'union géodésique et géophysique internationale, 1946 (uittreksel uit de tafels van M. Andoyer). Boven 50 centigraden liet deze tafel me echter in de steek. Voor de resterende waarden van tg x heb ik toen gebruikt P. Wijdenes, 5 places table. De genoemde tafels heb ik ter beschikking gekregen door de welwillende medewerking van het Mathematisch Instituut te Utrecht en van het Mathematisch Centrum.

De functiewaarden zijn in vier decimalen nauwkeurig opgegeven, als ze kleiner dan 1 zijn, en in vier cijfers nauwkeurig, als ze groter dan 1 zijn. Hoewel drie decimalen resp. cijfers ook voldoende geweest zou zijn, bereikt men met het opgeven van de vierde decimaal, dat de kans bij het terugzoeken midden tussen twee argumentwaarden uit te komen, aanzienlijk kleiner wordt, zodat de toch al geringe nauwkeurigheid van het argument niet nogmaals verminderd wordt.

Voordat ik deze inleiding besluit, kan ik niet nalaten enkele opmerkingen te maken over het toekomstige goniometrie-onderwijs Totnogtoe was op het gymnasium het einddoel van het onderwijs in de goniometrie de toepassing van de goniometrie op de meetkunde. De h.b.s. was meer vooruitstrevend; men kon daar spreken van een dubbel einddoel: de trigonometrie en de theorie van de goniometrische functies. In het nieuwe programma is de trigonometrie geïncorporeerd in de planimetrie en heeft het latere onderwijs in de goniometrie als uitsluitend einddoel het verkrijgen van inzicht in de goniometrische functies. Zoals ik reeds vermeldde, zal het noodzakelijk zijn, zodra de differentiaalrekening toegepast wordt, het argument van de goniometrische functies in radialen uit te drukken.

Het ligt dan, dunkt mij, voor de hand bij de behandeling van de goniometrische functies het argument altijd, dus ook als geen extreme waarden bepaald moeten worden, in radialen uit te drukken. Nu zou ik echter nog een stap verder willen gaan. Het nut van het oplossen van goniometrische vergelijkingen is in het nieuwe programma in eerste instantie gelegen in de toepassing ervan bij het berekenen van de nulwaarden van een functie. Met het oog hierop is het dan consequent ook bij het oplossen van goniometrische vergelijkingen het argument in radialen uit te drukken, zoals in de „250 opgaven" ook reeds zoveel mogelijk gedaan is.

Vanzelf rijst nu de vraag, of we, zo doorredenerend, er niet toe moeten besluiten, dat het aanbeveling verdient bij het nieuwe gonio-onderwijs vanaf het begin de hoeken in radialen uit te drukken. Inderdaad zou dit uit theoretisch oogpunt het beste zijn. Hieruit volgt echter nog niet, dat het ook uit didactisch oogpunt het meest wenselijk is. De leerling kent de goniometrische verhoudingen uit de planimetrie. In de goniometrie maakt hij kennis met functies, die een uitbreiding zijn van de hem reeds bekende. Hij weet b.v., wat sin x betekent, als $0° \leqq x \leqq 180°$, en maakt nu kennis met de sinus van een willekeurige hoek. Hij moet dus eerst de nieuwe sinusfunctie als uitbreiding van de reeds bekende leren doorgronden. Een van de aanvang werken met radialen zou te veel problemen ineens scheppen en zou de aansluiting met het vroeger geleerde doen vervagen. Het lijkt me dus beter te beginnen „ouderwets" met graden te werken en niet voordat de betekenis van de goniometrische verhoudingen van een willekeurige hoek voor de leerling gemeengoed is geworden, over te gaan op de radiaal als argument. Men kan er natuurlijk over twisten, welk moment hiervoor het meest geschikte is. Ik zou willen voorstellen bij de behandeling van de goniometrische vergelijkingen over te gaan op de radiaal. Ik zou echter niet graag willen beweren, dat dit de enige verdedigbare mogelijkheid is.

$x.10^{-3}$	sin $x\pi$	cos $x\pi$	tg $x\pi$	cotg $x\pi$	
000	0,0000	1,0000	0,0000	—	500
001	031	0,999995	031	318,3	499
002	063	9998	063	159,2	498
003	094	9996	094	106,1	497
004	126	9992	126	79,57	496
005	157	9988	157	63,66	495
006	188	9982	189	53,05	494
007	220	9976	220	45,47	493
008	251	9968	251	39,78	492
009	283	9960	283	35,36	491
010	314	995	314	31,82	490
011	346	994	346	28,93	489
012	377	993	377	26,51	488
013	408	992	409	24,47	487
014	440	990	440	22,72	486
015	471	989	472	21,20	485
016	502	987	503	19,88	484
017	534	986	535	18,71	483
018	565	984	566	17,67	482
019	597	982	598	16,73	481
020	628	980	629	15,89	480
021	659	978	661	15,14	479
022	691	976	692	14,45	478
023	722	974	724	13,82	477
024	753	972	755	13,24	476
025	785	969	787	12,71	475
026	816	967	819	12,22	474
027	847	964	850	11,76	473
028	879	961	882	11,34	472
029	910	959	914	10,95	471
030	941	956	945	10,58	470
031	0972	953	0977	10,24	469
032	1004	950	1009	9,914	468
033	035	946	040	9,611	467
034	066	943	072	9,326	466
035	097	940	104	9,058	465
036	129	936	136	8,804	464
037	160	933	168	8,564	463
038	191	929	200	8,337	462
039	222	925	231	8,121	461
040	0,1253	0,9921	0,1263	7,916	460
	cos $x\pi$	sin $x\pi$	cotg $x\pi$	tg $x\pi$	$x.10^{-3}$

x.10-3	sin xπ	cos xπ	tg xπ	cotg xπ	
040	0,1253	0,9921	0,1263	7,916	460
041	284	917	295	721	459
042	316	913	327	535	458
043	347	909	359	357	457
044	378	905	391	188	456
045	409	900	423	7,026	455
046	440	896	455	6,872	454
047	471	891	487	723	453
048	502	887	519	581	452
049	533	882	552	445	451
050	564	877	584	314	450
051	595	872	616	188	449
052	626	867	648	6,067	448
053	657	862	681	5,950	447
054	688	856	713	838	446
055	719	851	745	730	445
056	750	846	778	625	444
057	781	840	810	525	443
058	812	834	843	427	442
059	843	829	875	333	441
060	874	823	908	242	440
061	905	817	940	154	439
062	935	811	1973	5,069	438
063	966	805	2005	4,986	437
064	1997	799	038	906	436
065	2028	792	071	829	435
066	059	786	104	754	434
067	089	779	137	681	433
068	120	773	169	610	432
069	151	766	202	541	431
070	181	759	235	474	430
071	212	752	268	409	429
072	243	745	301	345	428
073	273	738	334	284	427
074	304	731	368	224	426
075	334	724	401	165	425
076	365	716	434	108	424
077	396	709	467	4,053	423
078	426	701	501	3,999	422
079	456	694	534	946	421
080	0,2487	0,9686	0,2568	3,895	420
	cos xπ	sin xπ	cotg xπ	tg xπ	x.10-3

$x.10^{-3}$	sin $x\pi$	cos $x\pi$	tg $x\pi$	cotg $x\pi$	
080	0,2487	0,9686	0,2568	3,895	420
081	517	678	601	845	419
082	548	670	635	796	418
083	578	662	668	748	417
084	608	654	702	701	416
085	639	646	736	655	415
086	669	637	769	611	414
087	699	629	803	567	413
088	730	620	837	525	412
089	760	612	871	483	411
090	790	603	905	442	410
091	820	594	939	402	409
092	850	585	2974	363	408
093	880	576	3008	325	407
094	910	567	042	287	406
095	940	558	076	251	405
096	2970	549	111	215	404
097	3000	539	145	179	403
098	030	530	180	145	402
099	060	520	214	111	401
100	090	511	249	078	400
101	120	501	284	045	399
102	150	491	319	3,013	398
103	180	481	354	2,982	397
104	209	471	389	951	396
105	239	461	424	921	395
106	269	451	459	891	394
107	299	440	494	862	393
108	328	430	529	833	392
109	358	419	565	805	391
110	387	409	600	778	390
111	417	398	636	750	389
112	446	387	671	724	388
113	476	376	707	698	387
114	505	365	743	672	386
115	535	354	779	646	385
116	564	343	815	621	384
117	593	332	851	597	383
118	623	321	887	573	382
119	652	309	923	549	381
120	0,3681	0,9298	0,3959	2,526	380
	cos $x\pi$	sin $x\pi$	cotg $x\pi$	tg $x\pi$	$x.10^{-3}$

$x.10^{-3}$	sin $x\pi$	cos $x\pi$	tg $x\pi$	cotg $x\pi$	
120	0,3681	0,9298	0,3959	2,526	380
121	710	286	996	503	379
122	740	274	032	480	378
123	769	263	069	458	377
124	798	251	105	436	376
125	827	239	142	414	375
126	856	227	179	393	374
127	885	215	216	372	373
128	914	202	253	351	372
129	943	190	290	331	371
130	3971	178	327	311	370
131	4000	165	365	291	369
132	029	152	402	272	368
133	058	140	440	252	367
134	086	127	477	233	366
135	115	114	515	215	365
136	144	101	553	196	364
137	172	088	591	178	363
138	201	075	629	160	362
139	229	062	667	143	361
140	258	048	706	125	360
141	286	035	744	108	359
142	315	021	783	091	358
143	343	9008	821	074	357
144	371	8994	860	058	356
145	399	980	899	041	355
146	428	966	938	025	354
147	456	952	4977	2,009	353
148	484	938	5016	1,993	352
149	512	924	056	978	351
150	540	910	095	963	350
151	568	896	135	947	349
152	596	881	175	932	348
153	624	867	215	918	347
154	652	852	255	903	346
155	679	838	295	889	345
156	707	823	335	874	344
157	735	808	375	860	343
158	762	793	416	846	342
159	790	778	457	833	341
160	0,4818	0,8763	0,5498	1,819	340
	cos $x\pi$	sin $x\pi$	cotg $x\pi$	tg $x\pi$	$x.10^{-3}$

$x.10^{-3}$	sin $x\pi$	cos $x\pi$	tg $x\pi$	cotg $x\pi$	
160	0,4818	0,8763	0,5498	1,819	340
161	845	748	539	806	339
162	873	733	580	792	338
163	900	717	621	779	337
164	927	702	662	766	336
165	955	686	704	753	335
166	4982	671	746	740	334
167	5009	655	787	728	333
168	036	639	829	715	332
169	063	623	872	703	331
170	090	607	914	691	330
171	117	591	956	679	329
172	144	575	5999	667	328
173	171	559	6042	655	327
174	198	543	085	643	326
175	225	526	128	632	325
176	252	510	171	620	324
177	278	493	215	609	323
178	305	477	258	598	322
179	332	460	302	587	321
180	358	443	346	576	320
181	385	426	390	565	319
182	411	409	435	554	318
183	438	392	479	543	317
184	464	375	524	533	316
185	490	358	569	522	315
186	516	341	614	512	314
187	543	323	659	502	313
188	569	306	705	492	312
189	595	288	750	481	311
190	621	271	796	471	310
191	647	253	842	462	309
192	673	235	888	452	308
193	699	217	935	442	307
194	724	200	6981	432	306
195	750	181	7028	423	305
196	776	163	075	413	304
197	801	145	122	404	303
198	827	127	170	395	302
199	852	109	218	386	301
200	0,5878	0,8090	0,7265	1,376	300
	cos $x\pi$	sin $x\pi$	cotg $x\pi$	tg $x\pi$	$x.10^{-3}$

$x.10^{-3}$	sin $x\pi$	cos $x\pi$	tg $x\pi$	cotg $x\pi$	
200	0,5878	0,8090	0,7265	1,376	300
201	903	072	314	367	299
202	929	053	362	358	298
203	954	034	410	349	297
204	5979	8016	459	341	296
205	6004	7997	508	332	295
206	029	978	557	323	294
207	054	959	607	315	293
208	079	940	657	306	292
209	104	921	707	298	291
210	129	902	757	289	290
211	154	882	807	281	289
212	179	863	858	273	288
213	203	843	909	264	287
214	228	824	7960	256	286
215	252	804	8012	248	285
216	277	785	063	240	284
217	301	765	115	232	283
218	326	745	167	224	282
219	350	725	220	217	281
220	374	705	273	209	280
221	398	685	326	201	279
222	423	665	379	193	278
223	447	645	433	186	277
224	471	624	487	178	276
225	494	604	541	171	275
226	518	584	595	163	274
227	542	563	650	156	273
228	566	543	705	149	272
229	590	522	761	141	271
230	613	501	816	134	270
231	637	480	872	127	269
232	660	459	928	120	268
233	684	438	8985	113	267
234	707	417	9042	106	266
235	730	396	099	099	265
236	753	375	157	092	264
237	776	354	215	085	263
238	6800 780	333	273	078	262
239	823	311	332	072	261
240	0,6845	0,7290	0,9391	1,065	260
	cos $x\pi$	sin $x\pi$	cotg $x\pi$	tg $x\pi$	$x.10^{-3}$

$x.10^{-3}$	sin $x\pi$	cos $x\pi$	tg $x\pi$	cotg $x\pi$	
240	0,6845	0,7290	0,9391	1,065	260
241	868	268	450	058	259
242	891	247	510	052	258
243	914	225	570	045	257
244	937	203	630	038	256
245	959	181	691	032	255
246	6982	159	752	025	254
247	7004	137	813	019	253
248	026	115	875	013	252
249	049	093	937	006	251
250	0,7071	0,7071	1,0000	1,000	250
	cos $x\pi$	sin $x\pi$	cotg $x\pi$	tg $x\pi$	$x.10^{-3}$

INGEKOMEN BOEKEN

D. K. F. Heyt, Beknopte Driehoeksmeting van P. Wijdenes. A. 13e druk. Noordhoff, Groningen.

Dr. Joh. H. Wansink, Algebra voor V.H.O. en M.O., deel III. Wolters, Groningen.

E. J. Wasscher, Meetkunde van het platte vlak, 1e deel (Van Thijn's wiskundige leergang). Wolters, Groningen.

Dr. P. Bronkhorst en Dr. Ir. B. Groeneveld, Stereometrie Wolters, Groningen.

Dr. A. van Dop en Dr. A. van Haselen, Nieuwe vlakke meetkunde III. Wolters, Groningen.

Dr. P. G. J. Vredenduin, Planimetrie II, 3e druk. Wolters, Groningen.

Dr. H. Türkstra en S. J. Geursen, Kern der vlakke meetkunde. Wolters, Groningen.

Waarom natuurkundepracticum? Rapport van de commissie voor leerlingenproeven. Wolters, Groningen.

Doen en Denken I, Natuurkundepracticumproeven voor de eerste ronde (docentengedeelte); in opdracht van de commissie voor leerlingenproeven samengesteld door C. F. Kelder, J. Ph. Steller, E. E. F. Zweers. Wolters, Groningen.

C. Gattegno, W. Servais, E. Castelnuovo, J. L. Nicolet, T. J. Fletcher, L. Motard, L. Campedelli, A. Biguenet, J. W. Peskett, P. Puig Adam, Le matériel pour l'enseignement des mathématiques. Delachaux et Niestlé, Neuchatel, Paris.

Prof. Paul B. Fischer, Arithmetik. Sammlung Göschen, Band 47. Walter de Gruyter en Co., Berlin.

Dr. Karl Peter Grotemeyer, Analytische Geometrie. Sammlung Göschen, Band 65/65a. Walter de Gruyter en Co., Berlin.

Prof. Dr. Wolfgang Haack, Darstellende Geometrie I. Sammlung Göschen, Band 142. Walter de Gruyter en Co., Berlin.

Prof. Dr. Siegfried Valentiner, Vektoren und Matrizen. Sammlung Göschen, Band 354/354a, Walter de Gruyter en Co., Berlin.

UIT DE VOORGESCHIEDENIS VAN HET WISKUNDE-ONDERWIJS AAN ONZE MIDDELBARE SCHOLEN

door

J. F. HUFFERMAN

Het zal waarschijnlijk verwondering wekken dat het middelbaar onderwijs, zoals wij dat nu kennen, en waarbij we de term „middelbaar onderwijs" zo ruim mogelijk nemen, dateert uit de franse tijd, zodat het pas een leeftijd heeft van ongeveer anderhalve eeuw.

Een commissie uit de Nationale Vergadering van 1796 had de wet van 3 april 1806, waarbij het *lager* onderwijs geregeld werd, voorbereid.

Nu werd, 1808, bij K.B. van koning Lodewijk Napoleon een commissie ingesteld om het *gehele* onderwijs te regelen. Deze commissie, onder voorzitterschap van de bekende Amsterdamse hoogleraar van Swinden, beperkte zich tot het hoger onderwijs en tot wat zij noemde het *middelbaar of tweede onderwijs*.

In deze tijd werd dit tussenonderwijs tussen L.O. en H.O. alleen gegeven op de *Latijnse Scholen*, waaruit onze latere gymnasia zijn voortgekomen. De kwaliteit van dit onderwijs was niet zo best. Het 22 april 1809 verschenen rapport van de genoemde commissie merkt hierover op: „Het onderwijs bepaalt zich hier meestal tot het enkele latijn of grieks .... en deze oude talen worden nog dikwijls in de lange jaren, zo gebrekkig onderwezen, dat de jongelieden op de universiteit verschijnende, nauwelijks de professoren, die aldaar in 't latijn hunne lessen geven, verstaan kunnen." De commissie merkt verder op dat deze latijnse scholen stammen uit een tijd dat de maatschappij nog verdeeld was in 2 klassen: de geleerde en de ongeleerde; de geleerden beschouwden zich als een afzonderlijke en „meer verheven stand", welk vooroordeel, aldus de commissie, nog niet al zijn kracht en invloed heeft verloren. De handwerken, fabrieken, kunsten en andere beroepen bestonden slechts in het volgen van een oud gebruik.

„Maar hierdoor", gaat de commissie verder, „zijn de studiën der wis- en natuurkunde, veel te veel veronachtzaamd op onze hoge scholen, zodat de gehoorzalen waar deze wetenschappen geleerd

worden, weinig bezocht en op sommige plaatsen zelfs bijna ledig zijn."

De commissie biedt de koning vervolgens twee plannen aan.

A. Volgens het eerste plan zouden er twee klassen van middelbare scholen komen, een indeling die ruwweg samenvalt met onze huidige h.b.s.-en en gymnasia. Immers op de middelbare scholen der eerste klasse, de z.g. *algemene* school zouden onderwezen worden: de beginselen der wiskunde, de gronden der natuurkunde, de hedendaagse talen, voornamelijk hollands en frans; ook zal men 't godsdienstige onderwijs niet vergeten, hetwelk ten doel heeft het doen kennen van de chr. godsdienst en zedeleer, zonder echter de leerstelsels aan te raken, die de verschillende godsdienstige „maatschappijen" onderling verdelen. De cursusduur na de lagere school zou 3 jaren zijn. Daarnaast zou bestaan een 4- of 5-jarig *gymnasium*. Hier zou onderwijs worden gegeven in de geleerde talen, dichtkunst, welsprekendheid, aardrijksbeschrijving, tijdrekenkunde en de gronden der geschiedenis.

B. Het tweede plan is meer gedifferentieerd: het pleit voor 3 klassen van gymnasia: a) voor de geleerde talen, b) voor de hedendaagse talen en c) voor de wis- en natuurkundige vakken.

In december 1809 bracht de Raad van State zijn advies over dit rapport uit . . . in 1810 trad Lodewijk Napoleon af en het rapport verdween in de doofpot.

Keizer Napoleon benoemt, 18 oktober 1810, een nieuwe commissie onder leiding van Cuvier en Noël, welke begint met te constateren dat het onderwijs op de latijnse scholen beneden iedere kritiek is. Een keizerlijk decreet van 1811 steunt op een rapport van deze commissie, maar dit is nooit geheel doorgevoerd, want 1813 bracht de val van Napoleon en de komst van (de latere koning) Willem I. Er komen dan weer allerlei commissie's (1814, 1828, 1829) maar veel gebeurt er niet.

De commissie van 1828 (eigenlijk een commissie voor het hoger onderwijs) merkt in haar rapport op dat gymnasiaal en middelbaar onderwijs principieel verschillend zijn: het gymnasium is de school voor de a.s. geleerden; het gewone m.o. is bestemd voor een grotere groep. Inzake het onderwijs in de exakte vakken wordt opgemerkt: „De wiskundige wetenschappen moeten op de Gymnasiën meer wetenschappelijk, op de middelbare scholen daarentegen vergelijkenderwijs meer met toepassing tot de vakken van koophandel en fabrijken onderwezen worden".

De commissie komt ook tot het opstellen van een minimumprogramma voor de gymnasia en het meer algemene m.o. Wat de

exakte vakken betreft, komen deze beiden in het volgende overeen:

a) het onderwijs in de wiskundige wetenschappen, nl. de beredeneerde cijferkunst, de meetkunst tot en met die der vaste lichamen, de driehoeksmeting, de stelkunst tot en met het binomium, de beschrijvende meetkunst, de eerste beginsels van de berekening der waarschijnlijkheden.

b) de beginsels der natuur- en sterrekunde.

Op de scholen voor m.o. kwam hier dan nog bij:

1) de geschiedenis van de drie rijken der natuur,

2) de beginsels der scheikunde,

3) de toegepaste werktuigkunde.

Zoals opgemerkt werd, was deze commissie eigenlijk een commissie voor het hoger onderwijs, die deze vragen en programma's maar terloops besprak. Een commissie van 1829, speciaal voor het m.o.ingesteld, ontwierp eigenlijk een lyceum met 2-jarige onderbouw en 4-jarige bovenbouw. In de onderbouw geen klassieke talen, een programma van 26 uur in de week (4 dagen van 5 en 2 van 3 uur) waarvan 4 uur voor „arithmétique" (het rapport was in het frans; het is voor 1830).

De bovenbouw had 30 lesuur per week ($4 \times 6 + 2 \times 3$), waarvan 4 uur voor „mathématiques".

Tengevolge van dit rapport werd een wet van 16 artikelen ingediend, die in 1830, waarschijnlijk in verband met de Belgische opstand, weer werd ingetrokken.

Nog verdient een K.B. van 1826 vermelding. Dit had betrekking op de latijnse scholen en vermeldt in art. 1 dat „het onderwijs in de wiskunde moet omvatten de gronden der rekenkunst, de beginselen der stelkunst tot en met de vergelijkingen van de 2e magt en die der meetkunde tot aan de platte driehoeksmeting".

Art. 2 deelt mede: „het getuigschrift van toelating tot de universiteit moet uitdrukkelijk inhouden dat de leerling in reken-, stel-, en meetkunst genoegzaam ervaren is."

Hoe het ondertussen met het peil van dit wiskundeonderwijs gesteld was blijkt uit het voorwoord bij de 5e druk (verschenen 1837) van de „Allereerste gronden der Cijferkunst enz." van de Leidse Hoogleraar Jacob de Gelder: „het is waar, wij mogen hoogen roem dragen op de verbetering in het lagere en middelbare onderwijs; het aantal der kundige en achtenswaardige onderwijzers ook zelfs(!) in het wiskundige vak, is reeds aanmerkelijk aangegroeid; en echter ondervind ik, in mijn tegenwoordige betrekking, nog dagelijks, hoe ellendig het, op sommige plaatsen, met het wiskundige onderwijs, gelegen is".

In 1838 gebeurde er iets opmerkelijks, waardoor buiten alle wettelijke bepalingen om, het eigenlijke middelbare onderwijs tot stand kwam, dat middelbare onderwijs, waarover tot dat moment alleen maar getheoretiseerd was. In dit jaar ontstonden, te 's-Gravenhage en Leiden, de z.g. tweede afdelingen van de Latijnse scholen, die later ook in andere plaatsen werden opgericht. Volgens het regeringsverslag van 1838 zou bij deze afdelingen „aan de wiskundige wetenschappen een hoogere rang worden toegekend." In 1863, vlak voor de totstandkoming van Thorbecke's wet, telden deze „tweede afdelingen" 167 leraren en 708 leerlingen. Deze wet betekende hun einde: ze gingen over in de nieuwe hogere burgerscholen.

2 mei 1863 is een mijlpaal in de geschiedenis van het m.o. Op deze dag bekrachtigde de koning de wet van Thorbecke op het middelbaar onderwijs.

In art. 17 bepaalde deze wet dat aan de hogere burgerscholen; wa. de exakte vakken betreft, onderwijs gegeven zou worden in wiskunde; de beginselen van de toegepaste en theoretische mechanica, van de kennis der werktuigen en van de technologie; de natuurkunde en haar voornaamste toepassingen; de scheikunde en haar voornaamste toepassingen; de beginselen der delfstof-, plant- en dierkunde en die der kosmografie.

Elke school werd vrijgelaten in haar programma. Een *normaal-programma* werd voor Rijksscholen eerst 1 september 1916 ingevoerd. Voor de overige *openbare* hogere burgerscholen was dit 1 september 1920 het geval.

Alleen voor de wiskunde gaf de memorie van toelichting de volgende aanwijzingen. Dit onderwijs moest omvatten:

1) de rekenkunde, voor zover niet op de lagere school behandeld;
2) de stelkunde tot en met de vierkantsvergelijkingen, met inbegrip van de reken- en meetkundige reeksen en het binomium van Newton;
3) de gewone lagere meetkunde tot en met de stereometrie;
4) goniometrie en vlakke driehoeksmeting;
5) de beginselen der beschrijvende meetkunde tot aan de gebogen oppervlakken.

In de eindexamenregeling werden echter in bijzonderheden de eisen, waaraan de candidaten moesten voldoen, opgesomd. Deze bepalingen werkten dus regulerend.

Volgens de urentabel, die wegens het ontbreken van een normaalprogramma enigszins vrijblijvend was, was de indeling:

Klasse	1	2	3	4	5	totaal
Wiskunde	7	7	7	4	4	29
Werktuigkunde				2	2	4
Natuurkunde			2	2	2	6
Scheikunde			2	2	3	7
Plant- en dierkunde	2	2			1	5
Delfstof- en aardkunde				2	1	3
Kosmografie				1	1	2
Totaal exakte vakken	9	9	11	13	14	56
Totaal van alle lesuren	32	32	32	34	34	164

De verhouding van het aantal uren wiskunde tot dat der andere exakte vakken is hier 29:27.

Al spoedig klaagde men over overlading. Zo de inspecteur Steyn Parvé in 1875. Hij maakt de voor onze dagen nog opgaande opmerking: „Men verliest tegenwoordig wel eens uit het oog, dat het niet zozeer de taak der school is, gelegenheid te geven *alles* te leren, maar meer om de degelijke grondslagen te leggen, waarop men later door eigen studie kan voortbouwen."

Enkele jaren later pleit dr. J. Campert reeds voor een zesjarige h.b.s.

In 1880 werd er in de vergadering van de in 1879 opgerichte vereniging van leraren bij het m.o. reeds op gewezen tot welke eigenaardigheden het vrije lesprogramma, speciaal wat de exakte vakken betreft, voerde.

Er bleken scholen te zijn, waar de rekenkunde alleen in de klassen 1 en 2 gegeven werd; de meesten gingen er echter in de 3e mee door. Ging een leerling dus over van zo'n laatste type school naar één van het eerste, dan miste hij een groot deel van het vak.

Bij de „hogere algebra" kon het voorkomen dat een leerling die uit de 4e klas van één school naar de 5e in een andere overging, dit vak geheel misliep. Bij de goniometrie was deze kans nog groter. Het was mogelijk dat als een leerling de 3 hoogste klassen achtereenvolgens op 3 scholen doorliep, hij dit vak nooit ontmoette. Ook het omgekeerde was mogelijk: door in omgekeerde volgorde die scholen te bezoeken, zou hij dit vak driemaal van het begin tot het eind aanhoren.

Met de natuurkunde begon men meestal in de 3e klas, hoewel er scholen waren waarmee men er in de 2e of zelfs in de eerste klas mee begon.

Zoals reeds werd opgemerkt, werd in 1916 het eerste normaal-

programma ingevoerd. De urentabel voor de exakte vakken zag er nu als volgt uit:

Klasse	1	2	3	4	5	totaal
Wiskunde	7	6	6	4	4	27
Werktuigkunde				2	2	4
Natuurkunde			3	3	3	9
Scheikunde				4	4+2 pract.	10
Plant- en dierkunde	2	2	1	1	1	7
Kosmografie				1	1	2
Totaal uren exakte vakken	9	8	10	15	17	59
Totaal van alle lesuren	32	32	33	35	36	168

De verhouding van het aantal wiskunde-uren tot dat der andere exakte vakken is hier 27:32.

In 1920 werd de urentabel als volgt:

Klasse	1	2	3	4	5		totaal
Wiskunde	6	6	6	4	4		26
Mechanica				2	(2)	facultatief	2(4)
Natuurkunde			4	3	3		10
Scheikunde				4	4+2 pract.		10
Plant- en dierkunde	2	2	1	1	2		8
Kosmografie				1			1
Totaal uren exakte vakken	8	8	11	15	15(17)		57(59)
Totaal van alle lesuren	32	32	33	34	33(36)		164(167)

De verhouding van het aantal wiskunde uren tot dat de overige exakte vakken is nu 26:33.

Het jaar 1934 brengt weer een kleine wijziging. Mechanica is nu in de 5e klas niet langer facultatief (tekenen werd nu facultatief) en de kosmografie verhuisde van 4 naar 5.

Bij K.B. van 27 mei 1937 kwam echter een belangrijke wijziging tot stand. De programma's van de B-afd. en van de nu (april '37) wettelijk geregelde A-afd. werden naar elkaar toegebogen. De 3-jarige onderbouw werd basis voor beide typen. Daardoor werd de wiskunde in die onderbouw verzwakt; met de natuurkunde werd in klas 2 begonnen (twee-rondensysteem); met de scheikunde in klas 3.

Het wiskundeprogramma in de bovenbouw der B-afd. kwam op hoger plan; veel onderwerpen, die weinig of niet bijdroegen tot de

vorming van het wiskundig inzicht, werden afgekapt; de 4-decimalige tafel werd ingevoerd evenals de toepassing van goniometrie bij de meetkunde; differentiaal- en integraalrekening en de kegelsneden zouden worden onderwezen. Door de omstandigheid dat het eindexamenprogramma ongewijzigd bleef, werd de doorvoering van dit programma tegengehouden.

De urentabel werd nu als volgt:

Klasse	1	2	3	4	5	totaal
Wiskunde	6	5	5	5	5	26
Mechanica				2	2	4
Natuurkunde		2	3	3	3	11
Scheikunde		2	2	3	5	12
Plant- en dierkunde	2	2	—	2	2	8
Kosmografie					1	1
Totaal uren exakte vakken	8	11	10	15	18	62
Totaal alle lesuren	32	32	33	34	34	165(167)

De verhouding aantal wiskunde-uren tot aantal uren overige exakte vaken 26:36.

Thans is de wiskunde teruggebracht tot 5×5 uren en is geheel uit de bovenbouw van de A-afd. verdwenen; met de scheikunde wordt nu in klas 3 begonnen (klas 3: 2 uur; B4: 4 uur; B5: 4 uur; A4 en A5: elk 2 uur).

De afzwakking van de wiskunde in de lagere klassen heeft tweeërlei nadelig gevolg:

a) de selectiemogelijkheid in de lagere klassen is verminderd;

b) de overgang van de wiskunde (en de natuurkunde) der lagere klassen naar die van de hogere is meer abrupt geworden.

Tenslotte zij hier nog vermeld het nieuwe ontwerp van WIMECOS (1955), dat o.a. meerdere gelijkschakeling van gymnasium en h.b.s. beoogde, wat de wiskunde betreft; dus vervanging van de beschrijvende meetkunde door de analytische; mogelijkheid van invoering van onderwijs in de math. statistiek.

Hiermede mag dit opstel afgesloten worden.

Veel van de gegevens werd door mij ontleend aan:
G. Bolkestein, De Voorgeschiedenis van het Middelbaar Onderwijs, 1796—1863; G. J. van Amerongen, Amersfoort, 1914 en A. Bartels, 75 jaar Middelbaar Onderwijs, 1863—1938; Wolters 1947.

DOELSTELLING VAN HET WISKUNDEONDERWIJS

door

PROF. DR. J. C. H. GERRETSEN

Het is voor iedereen duidelijk, dat in de afgelopen 25 jaar de waardering voor de wiskunde een fundamentele wijziging heeft ondergaan. Vooral de tweede wereldoorlog heeft in deze verandering van appreciatie een wezenlijk aandeel gehad. Vele omstandigheden, zoals de rol die de geallieerde mathematici hebben vervuld bij de bestrijding van het duikbotengevaar en de „planning" van gigantische militaire operaties, het gebruik van de wiskunde bij de ontwikkeling van nieuwe wapens, hebben in ruime kring het besef gewekt, dat onze huidige samenleving mede door de wiskunde wordt gevormd en gestalte krijgt. De in de oorlog opgedane ervaringen worden thans dienstbaar gemaakt aan het maatschappelijk leven en de wiskunde is dan ook de kernwetenschap, waardoor automatisering op verschillende terreinen mogelijk wordt. Er is niet veel fantasie voor nodig om in te zien, dat de maatschappelijke gevolgen zeer ingrijpend zullen zijn.

Deze ontwikkeling kan natuurlijk de school niet onverschillig laten — het spreekt haast vanzelf — en daarom wordt de vraag actueel, in hoeverre de school met de nieuwe ontwikkeling rekening kan houden en inderdaad reeds rekening houdt met de eisen, die de maatschappij aan het onderwijs stelt. Natuurlijk hangt deze vraag nauw samen met de doelstelling van het onderwijs in het algemeen en met die van de wiskunde in het bijzonder. Aan dit laatste aspect willen wij verder onze aandacht schenken.

Over de doelstelling van de wiskunde zijn in de loop der eeuwen de opvattingen nog al eens veranderd. In de 17e en 18e eeuw was het onderwijs zeer praktisch gericht en schonk in feite alleen aandacht aan het numeriek rekenen voor zover dit betrekking had op de handel, terwijl het meetkundig onderricht bestond in het demonstreren van enkele praktische constructies. Aan het eind van de vorige eeuw werd evenwel het accent gelegd op het formele karakter van de wiskunde. Men hechtte bijzonder veel waarde aan het exposeren van sluitende bewijsketens, zodat dus het deductieve element een bijzondere nadruk verkreeg. De nawerking van deze opvatting kunnen wij tot in onze tijd bespeuren. Natuurlijk ver-

vervullen deducties in de wiskunde een grote rol, maar een eenzijdige accentuering van dit aspect doet de aard van de wiskunde geweld aan. Immers, het creatieve element, het wekken van de fantasie, is tenminste zo belangrijk. Het niet bedoelde gevolg was dan ook, dat bij de meeste jonge leerlingen bij de aanvang direct een aversie ontstond tegen de meetkunde. Dit was niet het gevolg van een gebrek aan intelligentie, nog minder een gebrek aan zogenaamde wiskundige aanleg, maar eenvoudig een uitvloeisel van de omstandigheid, dat de gebruikelijke leergang geenszins belangstelling vermocht te wekken. In de afgelopen tien jaren is de didactiek van het aanvangsonderwijs in de meetkunde een voorwerp geweest van grondige studie. Op dit terrein is bijzonder interessant pionierswerk verricht door het echtpaar Van Hiele - Van Hiele-Geldof. In 1954 is door Wimecos (vereniging van leraren in de Wiskunde, de Mechanica en de Kosmografie aan Hogere Burgerscholen en Lycea) een commissie ingesteld, die voorstellen heeft gedaan inzake een nieuw leerplan voor de H.B.S.-B. In dit voorstel, dat de eerstkomende jaren wel sterk het onderwijs op de H.B.S. zal beheersen, is rekening gehouden met de nieuw verworven didactische inzichten, zodat de gewone leergang voor de meetkunde wordt voorafgegaan door een z.g. intuïtieve inleiding. De toekomst zal moeten leren in hoeverre het onderwijs in de meetkunde hiermede wezenlijk is verbeterd, want, gelijk vanzelf spreekt, men zal nog veel ervaring moeten opdoen met betrekking tot de keuze van de aanschouwelijke leerstof en de methodiek in het onderwijzen daarvan. Vooral voor oudere leraren kan dit moeilijkheden opleveren, omdat hun opvattingen nog zo diep zijn geworteld in de traditionele gedachtengang.

Het nieuwe leerplan komt ook tegemoet aan de vele klachten, betrekking hebbende op de overlading van de leerstof. Deze klachten zijn reëel: in de loop der jaren heeft de wiskunde op de school zich ontwikkeld tot een zelfstandig vak, dat met de naam „schoolwiskunde" wordt aangeduid. Het aanrakingsvlak met de officiële wiskunde is niet bijzonder groot — het voert in de school een geheiligd bestaan, buiten de school kan men er niet veel mee aanvangen. In het nieuwe leerplan b.v. wordt een groot deel van de trigonometrie bij de meetkunde ondergebracht. Dit is een zeer gezond voorstel, want trigonometrie dreigde te ontaarden in een soort esoterische wetenschap, waarin van de adepten werd gevraagd een virtuoze vaardigheid in het afleiden van allerlei gecompliceerde en volkomen onbelangrijke formules. Anderdeels kunnen tal van geometrische opgaven op bijzonder sierlijke wijze langs trigonometrische weg worden opgelost. Eigenaardig is wel, dat in de oudere opvattingen

het gebruik van trigonometrie in de meetkunde taboe was, omdat zogenaamd de zuiverheid der methode werd aangetast. Deze misvatting kan natuurlijk alleen ontstaan, wanneer men trigonometrie ziet als een vak, waarin men zoekt naar algebraïsche relaties tussen bepaalde meetkundig gedefinieerde entiteiten.

Het nieuwe leerplan probeert ook ernst te maken met de differentiaal- en integraalrekening op de middelbare school. Hieraan is een lange lijdensweg verbonden. Reeds in 1926 werd door de commissie Beth-Dijksterhuis voorgesteld dit vak op de school te onderwijzen. Pas in 1937 werd het ingevoerd, maar op de eindexamens niet gevraagd, zodat er praktisch weinig van terechtkwam. De weerstanden tegen dit onderdeel van de wiskunde waren meestal niet van zakelijke aard, maar in sommige gevallen hoorde men toch het bezwaar, dat een verantwoord onderwijs in de infinitesimaal-rekening slechts mogelijk is op basis van een nauwkeurig omschreven getalbegrip. Zodoende wilde de commissie Beth-Dijksterhuis op school een plaats inruimen voor een exacte behandeling van het getalbegrip. Dat deze pogingen tot mislukking waren gedoemd, verbaast tegenwoordig niemand meer, want ook hier maakte men de fout, dat de deductie moet prevaleren boven het aanschouwelijk intuïtieve. Men kan zeer wel verantwoord het getalbegrip met een redelijke graad van strengheid introduceren, gebruik makende van een simpele meetkundige voorstelling, te weten de getallenrechte, en zodoende aan de infinitesimaal-rekening een behoorlijke basis geven. Overigens is de didactiek van de infinitesimaal-rekening voor jonge leerlingen nog zeker niet van alle kanten voldoende bestudeerd en wij mogen verwachten, dat over enige jaren verschillende dingen nog anders zullen worden gepresenteerd dan thans geschiedt.

Het leerplan bevat ook enige revolutionaire voorstellen. Vooreerst is het vak beschrijvende meetkunde zeer sterk besnoeid. Dit is wel een gevolg van de ontwikkeling van de wiskunde in het algemeen. De beschrijvende meetkunde is enigszins een doodlopend slop, het verschaft geen nieuwe problemen en heeft dus als zodanig zijn interesse voor de wiskundigen verloren. De historische waarde van dit vak is evenwel zeer groot: het heeft in de loop van de vorige eeuw zeer vaak een belangrijke stimulans gegeven aan de ontwikkeling van de projectieve meetkunde. Als schoolvak heeft het zonder twijfel grote kwaliteiten, maar de vraag is gewettigd, of er niet andere vakken zijn, die thans meer waardevol zijn in verband met de actualiteit van de wiskunde en dat is dan ook de reden geweest, dat men heeft voorgesteld de analytische meetkunde (beter zou zijn geweest de naam algebraïsche meetkunde) op de H.B.S. in

te voeren. Zodoende is er dus een sterke toenadering tot het programma van het gymnasium-B.

Bijzonder veel stof heeft het voorstel doen opwaaien om de beginselen van de statistiek op de H.B.S. te onderwijzen. Aanvankelijk leek het erop, dat dit voorstel kans van slagen had, maar op het ogenblik schijnt het wel van de baan te zijn. Men moet dit betreuren: de statistiek speelt tegenwoordig op tal van terreinen van de maatschappij een grote rol. Er is enige scholing voor nodig om statistische resultaten juist te interpreteren en tevens ontstaat een mogelijkheid om elders geleerde wiskundige vaardigheden toe te passen. Toch zijn de bezwaren wel begrijpelijk, want een uitgewerkte didactiek bestaat nog niet. Bovendien zijn de meeste leraren met dit vak zeer slecht op de hoogte, omdat het pas sinds korte tijd op de universiteiten wordt onderwezen. Zodoende kan men voelen voor het argument, dat de statistiek thans nog prematuur is.

Het is niet mijn bedoeling dit nieuwe leerplan uitvoerig te becritiseren of wel aan te prijzen, maar het kan niet worden geïgnoreerd omdat het een ontwikkeling markeert in ons onderwijs. Wel kunnen we de volgende vraag onder ogen zien, geheel afgezien van details: voldoet dit leerplan aan de eisen, die tegenwoordig aan het wiskundeonderwijs moeten worden gesteld? Wij leven nog sterk in een traditie, wij belijden nog het ideaal van een humanistische vorming, terwijl zich twee formidabele machten ontwikkelen, waar enerzijds de nadruk wordt gelegd op industrialisering ter verhoging van de materiële levensstandaard, anderzijds alle krachten op natuurwetenschappen worden geconcentreerd ter verhoging van macht. Deze situatie gaat niet alleen Nederland aan, maar geheel West-Europa, want we komen voor het feit te staan, dat in eeuwen verworven waarden moeten worden gehandhaafd en verdedigd. De eenvoudigste oplossing, bestaande uit een radicale afrekening met alles wat niet direct praktische waarde heeft, is onaanvaardbaar, want hiervan zou vrij spoedig een verlaging van het totale culturele niveau een gevolg zijn. Maar het rustige voortleven in een droom, waar met harde realiteiten geen rekening wordt gehouden, is levensgevaarlijk. Wij staan thans voor de dwingende opgaaf ons grondig te bezinnen op een volkomen nieuwe didactiek, waarbij men niet moet terugschrikken voor zeer progressieve veranderingen in het programma. Deze progressiviteit komt in het Wimecos-programma nog weinig naar voren. Te veel wordt aan het bestaande vastgehouden, te weinig wordt rekening gehouden met de nieuwere ontwikkeling van de wiskunde, die ook de school wat te bieden heeft.

Zijn de leraren in staat een nieuw leerplan te ontwerpen, dat

voldoende is afgestemd op de eisen, die de maatschappij stelt, rekening houdt met opvoedkundige idealen en voorts nauwer dan tot dusverre het geval is verband houdt met de levende wetenschap? Waarschijnlijk zal een dergelijke opgaaf slechts in internationaal verband tot een goed einde kunnen worden gebracht, want de problemen zijn voor alle landen van West-Europa analoog. Een remmende omstandigheid te onzent is nog steeds de gebrekkige leraars-opleiding. De aanstaande leraar wordt niet voldoende doordrongen van het feit, dat op didactisch terrein zeer veel research mogelijk is en dat dit een bijzonder dankbaar object is van studie. Misschien dat binnen niet al te lange tijd een redelijke oplossing kan worden gevonden voor het moeilijke probleem van de lerarenopleiding en dat daaruit een totale vernieuwing kan voortkomen voor het onderwijs in de wiskunde, een vernieuwing, die door het Wimecos-programma verdienstelijk is voorbereid, maar die niet als definitief of op lange termijn mag worden gezien.

ONZE UITGEVERIJ 100 JAAR

Dezer dagen herdacht de uitgeversmaatschappij P. Noordhoff N.V. haar 100-jarig bestaan. De redactie stelt er prijs op, in dit nummer haar grote voldoening uit te spreken over de bloei van deze uitgeverij, die in de loop van de tijd vele wiskundige uitgaven in haar fonds heeft opgenomen en kennelijk heus niet altijd met een commercieel doel. De redactie werkt steeds op de meest plezierige wijze met de uitgever samen en spreekt gaarne de hoop uit, dat dit nog vele jaren mag voortduren.

Stellig ook namens de lezers onze hartelijke gelukwensen!

De redactie stelt het zeer op prijs, in dit nummer van „Euclides" het artikel te mogen overdrukken, dat Prof. Dr. J. C. H. Gerretsen speciaal voor het jubileumnummer van het huisorgaan van de N.V. Noordhoff „Valcooch" schreef.

OFFICIËLE MEDEDELING VAN „WIMECOS"

Voorlopige agenda van de *Algemene Vergadering* van de Vereniging van leraren in de wiskunde, de mechanica en de cosmografie (WIMECOS) op maandag 29 december 1958 in Esplanade, Lucas Bolwerk, Utrecht. Aanvang 10.30. (Esplanade is vanaf het station met stadsbus lijn 2 te bereiken).

1. Opening door de voorzitter Dr. Joh. H. Wansink.
2. Notulen van de algemene vergadering van 30 december 1957.
3. Jaarverslagen: *a.* van de secretaris;
   b. van de penningmeester;
   c. van de kascommissie;
   d. van de redactie van „Euclides";
   e. van de commissie voor de leesportefeuille.

4. Benoeming van een nieuwe kascommissie.
5. Bestuursverkiezing.

Aan de beurt van aftreden zijn de heren Dr. Joh. H. Wansink en J. D. de Jong. Het bestuur stelt de volgende tweetallen voor:

Vacature-Wansink:	Vacature-De Jong:
1. Dr. Joh. H. Wansink	1. J. D. de Jong
2. D. Leujes	2. H. C. Vernout

6. Voordracht van prof. dr. C. Visser te Leiden over:
Onderwerpen uit de moderne wiskunde, die geschikt te maken zijn voor leerlingen van het V.H.M.O. en hoe.

pauze

In de middagvergadering, aanvangend ± 14.15:

7. Dr. H. Streefkerk te Zeist spreekt over:
Ongeveer hetzelfde onderwerp als de voordracht van prof. dr. C. Visser, nu vanuit het gezichtspunt van het M.O., o.a. in verband met de mogelijkheid van kern- en keuzeonderwerpen bij het onderwijs in de wiskunde bij het M.O.
8. Rondvraag.
9. Sluiting.

N.B. Deze mededeling geldt tevens als voorlopige convocatie voor de leden van Wimecos.

Leden van Wimecos kunnen tot uiterlijk 1 december nieuwe agendapunten voorstellen bij de secretaris, Charlotte de Bourbonlaan 64, Zeist.

BUITENLANDSE TIJDSCHRIFTEN

Bij de redactie zijn van de navolgende buitenlandse tijdschriften een of meer afleveringen binnengekomen. Aan leden, die zich voor deze tijdschriften interesseren en die bereid zijn de inhoud, indien deze daarvoor in aanmerking komt, in „Euclides" te bespreken, wordt verzocht dit te berichten aan de secretaris van de redactie.

Nordisk Matematisk Tidskrift, Bind 5, Hefte 1, Oslo, 1957 (noors).
idem, Bind 5, Hefte 2, Oslo, 1957.
idem, Bind 5, Hefte 3, Oslo, 1957.

A Magyar Tudományos Akadémia. Matematikai Kutató Intézetének Közleményei. (Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences). Volume I, Fasc. 1—2, Budapest, 1956 (hongaars).

Academia Republicii Populare Romine. Filiala Cluj. Studii Si Cercetari de Matematica si Fizica. 1—4. Anul VII. Ianuarie — Decembrie 1956. (rumeens)

Revista de la Sociedad Cubana de Ciencias Físicas y Matemáticas. Volumen 3, Numero 6. Habana, Diciembre 1956 (spaans).
idem, Volumen 4, Numero 1, Habana, Julio 1957.
idem, Volumen 4, Numero 2, Habana, Diciembre 1957.

Commentarii Mathematici Universitatis Sancti Pauli. Tom. VI. Fasc. I. Tôkyô 1957 (engels en frans).

KALENDER.

Mededelingen voor deze rubriek kunnen in het volgende nummer worden opgenomen, indien zij binnen drie dagen na het verschijnen van dit nummer worden ingezonden bij de redactie-secretaris, Kraneweg 71 te Groningen.

VOORDRACHTEN MATHEMATISCH CENTRUM

Wij vestigen de aandacht op de volgende voordrachten.

Serie „Elementaire onderwerpen van hoger standpunt belicht", in het Mathematisch Centrum, 2de Boerhaavestraat 49 te Amsterdam, om 20.00 uur:

woensdag 12 november 1958 PROF. DR. A. HEYTING: Hoogtelijnen.

Serie „Actualiteiten", in Krasnapolsky, Warmoesstraat 173—179 te Amsterdam, om 14.00 uur:

zaterdag 29 november 1958 DR. C. VAN EEDEN: Een klasse van toetsen voor de hypothese dat k parameters $\theta_1, \ldots, \theta_k$ voldoen aan de ongelijkheden $\theta_1 \leqq \ldots \leqq \theta_k$.

AVONDCOLLEGES STERREKUNDE TE UTRECHT

Cursus „De evolutie der hemellichamen", telkens van 19.15 uur tot ongeveer 21.10 uur. Men geeft zich op bij PROF. DR. M. MINNAERT, Zonnenburg 2, Utrecht. Vergoeding van reiskosten boven ƒ 2.50 is voor leraren mogelijk.

Woensdag 3 december 1958 PROF. DR. M. MINNAERT: De evolutie van het planetenstelsel;

woensdag 10 december 1958 DR. C. DE JAGER: De evolutie der sterren;

woensdag 17 december 1958 DR. C. DE JAGER: Kernreacties in sterren en het ontstaan der elementen.

WISKUNDE-WERKGROEP W.V.O.

Elfde conferentie-weekeinde op 8 en 9 november 1958 in „De Grasheuvel", De Genestetlaan 9, Amersfoort, o.l.v. PROF. DR. H. FREUDENTHAL. Centraal onderwerp: *Algemene aspekten van het wiskundeonderwijs*. Inleidingen van PROF. DR. F. J. J. BUYTENDIJK, BROEDER ERICH, J. K. TIMMER en DR. L. VAN GELDER.

Nadere inlichtingen bij H. J. JACOBS, Spreeuwenlaan 11, 's-Gravenhage.

BERICHT VAN DE REDACTIE

Wegens de benoeming van de heer Dr. D. N. van der Neut tot inspecteur worden boeken ter bespreking in het vervolg ingewacht bij de heer Dr. W. A. M. Burgers, Santhorstlaan 10 te Wassenaar.

Het verheugt de redactie te kunnen berichten, dat Dr. Van der Neut zich overigens bereid verklaard heeft, zijn plaats in de redactie te blijven bezetten.